Límites y derivadas

Formulario

DEFINICIÓN DE LA DERIVADA

$$\frac{d}{dx}(f(x)) = f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

PROPIEDADES BÁSICAS

$$(cf(x))' = c(f'(x))$$
$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$
$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$
$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

TEOREMA DEL VALOR MEDIO

Si f es continua en el intervalo cerrado $[a, b]$ y derivable en el intervalo (a, b), entonces existe un número c en (a, b) tal que:

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

REGLA DEL PRODUCTO

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

REGLA DEL COCIENTE

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

REGLA DE LA POTENCIA

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

$$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$$
$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$
$$\frac{d}{dx}(\ln(x)) = \frac{1}{x}, x > 0$$
$$\frac{d}{dx}(\ln|x|) = \frac{1}{x}$$
$$\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x \ln a}$$

CURSO DE CÁLCULO

Si quieres estudiar precálculo y cálculo, dale un vistazo a nuestro curso gratuito en YouTube con muchísimos videos de ejercicios resueltos y propuestos. ¡Allí nos vemos!

MÉTODO DE EVALUACIÓN DEL LÍMITE – FACTORIZAR Y CANCELAR

$$\lim_{x\to -3}\frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 3x} = \lim_{x\to -3}\frac{(x+3)(x-4)}{x(x+3)} = \lim_{x\to -3}\frac{(x-4)}{x} = \frac{-3-4}{-3} = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}$$

REGLA DE L'HOPITAL

$$Si\ \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}\ o\ \frac{\infty}{\infty}\ entonces\ \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

REGLA DE LA CADENA Y EJEMPLOS

$$\frac{d}{dx}\left(f(g(x))\right) = f'(g(x))g'(x)$$
$$\frac{d}{dx}([f(x)]^n) = n[f(x)]^{n-1}f'(x)$$
$$\frac{d}{dx}\left(e^{f(x)}\right) = e^{f(x)}f'(x)$$
$$\frac{d}{dx}(\ln[f(x)]) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$
$$\frac{d}{dx}(sen[f(x)]) = cos[f(x)] \cdot f'(x)$$
$$\frac{d}{dx}(cos[f(x)]) = -sin[f(x)] \cdot f'(x)$$
$$\frac{d}{dx}(tan[f(x)]) = sec^2[f(x)] \cdot f'(x)$$
$$\frac{d}{dx}(sec[f(x)]) = sec[f(x)]\,tan[f(x)] \cdot f'(x)$$
$$\frac{d}{dx}(tan^{-1}[f(x)]) = \frac{f'(x)}{1 + [f(x)]^2}$$

$$\frac{d}{dx}\left(f(x)^{g(x)}\right) = f(x)e^{g(x)}\left(\frac{g(x)f'(x)}{f(x)} + \ln(f(x))\,g'(x)\right)$$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

$$\frac{d}{dx}(sen\,x) = cos\,x$$
$$\frac{d}{dx}(cos\,x) = -sen\,x$$
$$\frac{d}{dx}(tan\,x) = sec^2\,x$$
$$\frac{d}{dx}(csc\,x) = -csc\,x\,cot\,x$$
$$\frac{d}{dx}(sec\,x) = sec\,x\,tan\,x$$
$$\frac{d}{dx}(cot\,x) = -csc^2\,x$$

FUNCIONES HIPERBÓLICAS

$$\frac{d}{dx}(senh\,x) = cosh\,x$$
$$\frac{d}{dx}(cosh\,x) = senh\,x$$
$$\frac{d}{dx}(tanh\,x) = sech^2 x$$
$$\frac{d}{dx}(csch\,x) = -csch\,x\,coth\,x$$
$$\frac{d}{dx}(sech\,x) = -sech\,x\,tanh\,x$$
$$\frac{d}{dx}(coth\,x) = -csch^2\,x$$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

$$\frac{d}{dx}(sen^{-1}\,x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\frac{d}{dx}(cos^{-1}\,x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\frac{d}{dx}(tan^{-1}\,x) = \frac{1}{1+x^2}$$
$$\frac{d}{dx}(csc^{-1}\,x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$
$$\frac{d}{dx}(sec^{-1}\,x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$$
$$\frac{d}{dx}(cot^{-1}\,x) = -\frac{1}{1+x^2}$$

FUNCIONES HIPERBÓLICAS INVERSAS

$$\frac{d}{dx}(senh^{-1}\,x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$
$$\frac{d}{dx}(cosh^{-1}\,x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$
$$\frac{d}{dx}(tanh^{-1}\,x) = \frac{1}{1-x^2}$$
$$\frac{d}{dx}(csch^{-1}\,x) = -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2+1}}$$
$$\frac{d}{dx}(sech^{-1}\,x) = -\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$$
$$\frac{d}{dx}(coth^{-1}\,x) = \frac{1}{1-x^2}$$

PROPIEDADES DE LOS LÍMITES

Estas propiedades requieren que los límites en $f(x)$ y $g(x)$ existan.

$$\lim_{x\to a}[cf(x)] = c\lim_{x\to a}[f(x)]$$
$$\lim_{x\to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$$
$$\lim_{x\to a}[f(x)g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$$
$$\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} \quad si \ \lim_{x\to a} g(x) \neq 0$$
$$\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$$

LÍMITES EVALUADOS EN $\pm\infty$

Estas propiedades requieren que los límites en $f(x)$ y $g(x)$ existan.

$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty \ \ y \ \ \lim_{x\to-\infty} e^x = 0$$
$$\lim_{x\to\infty} ln(x) = \infty \ \ y \ \ \lim_{x\to 0^+} ln(x) = -\infty$$
$$Si\ r > 0\ entonces\ \lim_{x\to\infty}\frac{c}{x^r} = 0$$
$$Si\ r > 0\ y\ x^r es\ real\ para\ x < 0,\ \lim_{x\to-\infty}\frac{c}{x^r} = 0$$
$$\lim_{x\to\pm\infty} x^r = \infty\ \ para\ r\ par$$
$$\lim_{x\to\infty} x^r = \infty \ \ y\ \ \lim_{x\to-\infty} x^r = -\infty\ para\ r\ impar$$

Versión 1.00.
Fórmulas: Danna / Jorge.
Fuentes: Cálculo de Larson. Cálculo de Stewart.