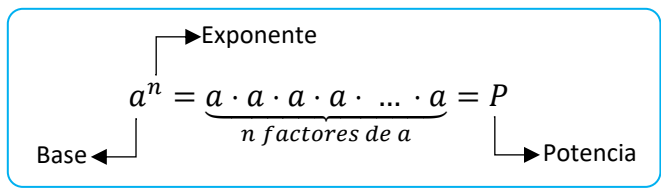


POTENCIACIÓN

Es una operación matemática en la que dada una base real a elevada a un exponente entero n , hallaremos una expresión llamada potencia P .

Su representación matemática es:



Se escribe a^n y se lee normalmente como “a elevado a la n”. Hay algunos números exponentes especiales como el 2, que se lee al cuadrado o el 3, que se lee al cubo.

Ejemplos:

- $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
- $(-5)^2 = (-5)(-5) = 25$
- $-5^2 = -5 \cdot 5 = -25$
- $y^3 = y \cdot y \cdot y$

Nota

Debes saber que la **teoría de exponentes nos facilitará comprender y entender** la química, aritmética, trigonometría, geometría, geometría analítica, el cálculo diferencial e integral, etc.

Leyes de los exponentes

1. Multiplicación de potencias con bases iguales

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ejemplos:

- ¿Cuál es el resultado de $x^3 \cdot x^5$?
Solución: se aplica la propiedad y se obtiene:

$$x^3 \cdot x^5 = x^{3+5} = x^8$$
- Simplifique: $2^3 \cdot 2^4$
Solución:

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$$

2. División de potencias de bases iguales

Para $a \neq 0$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Ejemplos:

- ¿Cuál es el resultado de $\frac{m^5}{m^2}$?
Solución: se aplica la propiedad y se obtiene:

$$\frac{m^5}{m^2} = m^{5-2} = m^3$$
- Simplifique: $\frac{6^4}{6^2}$
Solución:

$$\frac{6^4}{6^2} = 6^{4-2} = 6^2 = 36$$

Redes sociales



matemovil1



Matemóvil



Matemóvil



matemovil2

3. Potencia de una potencia

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Ejemplos:

- ¿Cuál es el resultado de $(m^4)^3$?

Solución: se aplica la propiedad y se determina que:

$$(m^4)^3 = m^{(4)(3)} = m^{12}$$

- Simplifique: $(2^2)^5$

Solución:

$$(2^2)^5 = 2^{(2)(5)} = 2^{10} = 1024$$

Nota

$$\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{\text{"xy" veces}} = x^{xy}$$

No olvidar:

$$5^{4 \cdot 2 \cdot 3} = ((5^4)^2)^3$$

4. Potencia de un producto

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

Ejemplos:

- Determine una expresión equivalente a: $(x^3 \cdot y^4)^4$

Solución: al aplicar la propiedad se obtiene que:

$$\begin{aligned} (x^3 \cdot y^4)^4 &= (x^3)^4 \cdot (y^4)^4 \\ &= x^{(3)(4)} \cdot y^{(4)(4)} \\ &= x^{12} \cdot y^{16} \end{aligned}$$

- Simplifique: $(-9x^3)^2$

Solución:

$$\begin{aligned} (-9x^3)^2 &= (-9)^2 \cdot (x^3)^2 \\ &= (-9)^{(1)(2)} \cdot x^{(3)(2)} \\ &= 81x^6 \end{aligned}$$

5. Potencia de un cociente

Para $b \neq 0$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplos:

- ¿Cuál es el resultado de desarrollar $\left(\frac{m^4}{n^2}\right)^5$?

Solución: al aplicar la propiedad se determina que:

$$\left(\frac{m^4}{n^2}\right)^5 = \frac{(m^4)^5}{(n^2)^5} = \frac{m^{(4)(5)}}{n^{(2)(5)}} = \frac{m^{20}}{n^{10}}$$

- Simplifique: $\left(\frac{5}{x^2}\right)^3$

Solución:

$$\left(\frac{5}{x^2}\right)^3 = \frac{5^3}{(x^2)^3} = \frac{125}{x^{(2)(3)}} = \frac{125}{x^6}$$

6. Exponente cero

$$a^0 = 1; \forall a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

Ejemplos:

- ¿Cuál es el resultado de desarrollar $(m^7)^0$? (suponga que la base no es cero)

Solución: Se aplica la propiedad y se determina que:

$$(m^7)^0 = m^{(7)(0)} = m^0 = 1$$

- Simplifique: $7(2^0)$

Solución:

$$7(2^0) = 7 \cdot 1 = 7$$

Redes sociales



matemovil1



Matemóvil



Matemóvil



matemovil2

7. Exponente negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \forall a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}; \forall a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n; a \neq 0, b \neq 0$$

Ejemplos:

- ¿Cuál es el resultado de desarrollar $(-3x)^{-2}$?

Solución: se aplica el teorema y después se desarrolla la potencia.

$$(-3x)^{-2} = \frac{1}{(-3x)^2} = \frac{1}{(-3)^2 \cdot x^2} = \frac{1}{9x^2}$$

- Simplifique: $\left(\frac{a^3}{b^4}\right)^{-2}$

Solución:

$$\left(\frac{a^3}{b^4}\right)^{-2} = \left(\frac{b^4}{a^3}\right)^2 = \frac{(b^4)^2}{(a^3)^2} = \frac{b^8}{a^6}$$

8. Exponente fraccionario

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Ejemplos:

- Simplifique: $27^{\frac{1}{3}}$

Solución: aplicamos la ley del exponente fraccionario.

$$27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27^1} = \sqrt[3]{27} = 3$$

- Simplifique: $4^{\frac{5}{2}}$

Solución:

$$4^{\frac{5}{2}} = \sqrt{4^5} = (2)^5 = 32$$



Ejercicios resueltos:

- Simplificar: $(-27)^{-\frac{4}{3}}$

Solución:

$$(-27)^{-\frac{4}{3}} = \frac{1}{(-27)^{\frac{4}{3}}} = \frac{1}{(\sqrt[3]{-27})^4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$$

- Calcular: $M = (4^{3-8})^{9^4}$

Solución:

$$M = (4^{3-8})^{9^4} = 4^{3-8 \cdot (3^2)^4} = 4^{3-8 \cdot 3^8} = 4^{3-8+8} = 4^3 = 4^1 = 4$$

Referencias:

- “Álgebra intermedia”, Allen R. Angel, 7ma edición, editorial PEARSON EDUCACIÓN, México, 2008.
- “Álgebra”, Colegio nacional de matemáticas, 1era edición, editorial PEARSON EDUCACIÓN, México, 2009.
- “Álgebra 5”, texto escolar, Intelectum.

Creado por Danna.

Redes sociales



matemovil1



Matemóvil



Matemóvil



matemovil2